

به نام یگانه هستی بخش  
دوره‌ی آموزشی المپیاد کامپیوتر  
داینامیک

---

تمرین اول: کارخانه چوب‌بری عجیب  $O(n^2)$ .....

در یک کارخانه چوب‌بری عجیب برای اینکه یک تکه چوب را در یک مرحله به  $k$  تکه برش بزنند  $C_k$  واحد پول گرفته می‌شود. می‌خواهیم یک تکه چوب را با کمترین خرج دقیقاً  $n$  قسمت کنیم.

تمرین دوم: جواب معما  $O(n^3)$ .....

معما از این قرار است که یک سری گوی جادویی با رنگ‌های مختلف در یک ردیف قرار داده بود. هر بار فرشته مجموعه‌ای از چند گوی هم‌رنگ مجاور هم را انتخاب می‌کند و آن‌ها را هم‌زمان منفجر می‌کند. در صورتی که با یک لمس کردن فرشته  $k$  گوی منفجر شده باشد،  $k^2$  شکلات به فرشته داده می‌شود. هدف فرشته بدست آوردن بیشترین تعداد شکلات است. به او برای بدست آوردن بیشترین شکلات کمک کنید.

تمرین سوم: دنباله‌های دودویی  $O(nL)$ .....

فرض کنید مجموعه  $S$ ، مجموعه تمام رشته‌های دودویی (رشته‌های از  $\{0, 1\}$ ) می‌باشد که تعداد ۱‌های آن‌ها کمتر یا مساوی  $L$  می‌باشد. الگوریتمی ارائه دهید که  $k$  امین عضو این مجموعه را بدهد، اگر اعضای این مجموعه به ترتیب الفبایی مرتب شده باشند.

تمرین چهارم: پیشوندی از زیررشته‌ها  $O((n+m)L)$ .....

یک رشته  $S$  به طول  $L$  در اختیار داریم و  $n$  زیررشته که مجموعه طول همه آن‌ها برابر  $m$  می‌باشد. می‌خواهیم طول بزرگ‌ترین پیشوندی از رشته  $S$  را بدست آوریم که توسط این زیررشته‌ها قابل ساخت باشد. الگوریتمی برای پیدا کردن این مقدار بدست آورید.

تمرین پنجم: شیر فروشی  $O(nw)$ .....

علی آقا شیر فروش می‌خواهد به مشتری‌های خود شیر بفروشد. هر مشتری مقدار  $w$  لیتر شیر می‌خواهد. او می‌خواهد کمترین تعداد پیمانه از بین  $n$  پیمانه با گنجایش‌های  $a_1, \dots, a_n$  را انتخاب کند به طوری که بتواند  $w$  لیتر شیر را با آنها از ظرف اصلی خود بردارد و به ظرف مشتری بریزد. به علی آقا کمک کنید.

تمرین ششم و هفتم: بسته‌بندی کمینه  $O(nP^2)$  و  $O(nP)$

یک کارخانه دارای یکی سیستم بسته‌بندی کالا به شرح زیر است:  $n$  کالا که هر یک وزنی معادل  $w_i$  دارد به ترتیبی از پیش تعیین شده وارد مرکز بسته‌بندی می‌شود. در مرکز بسته‌بندی دو بسته باز قرار دارد که هر یک حداکثر  $P$  واحد وزن را در خود جای می‌دهد. سیستم ما در برابر کالایی که وارد می‌شود، این عکس‌العمل‌ها را می‌تواند نشان دهد:

- آن را در یکی از بسته‌های فعلی قرار دهد.
- یکی از بسته‌ها را ببندد و کنار بگذارد و یک بسته خالی مشابه را به جایش قرار دهد و کالا را در آن قرار دهد.

در انتهای کار بسته‌های غیرخالی فعلی را هم بسته و کنار می‌گذاریم. هدف ما کم کردن تعداد بسته‌هایی است که استفاده کرده‌ایم. الگوریتمی طراحی کنید که با کمترین تعداد بسته این کار را انجام دهد.